Redo för terminstart?

Hej!

Vi från Teknisk fysik hälsar dig välkommen till vårt program. Som nybliven student är du säkert nyfiken på hur det är att studera med oss. Detta häfte innehåller information om hur det är att studera på Teknisk fysik i allmänhet, samt information och förberedande material inför din första kurs på programmet, *Metoder och verktyg för ingenjörer*.

Teknisk fysik i Umeå

Genom att du valde Teknisk fysik i Umeå, valde du den Teknisk fysik-utbildning med högsta betyg i Sverige enligt UKÄ:s senaste utvärdering. Förutom en stor valbarhet i kursutbud finns även möjligheter för intresserelaterade aktiviteter. Här på Teknisk fysik anordnar vi varje år en robottävling som går ut på att grupper av studenter ska konstruera och programmera egna robotar för att sedan tävla mot varandra. Utöver detta brukar både forskare och företag hålla föreläsningar om forskning och teknik. Dessa föreläsningar ligger oftast under lunchtid och det bjuds på mackor och dryck.
Under senare delen av utbildningen förekommer det även att klasser åker på studieresor. Tidigare årskurser har åkt till bland annat CERN och Esrange Space Center.

Robotlagen kämpar mot varandra på robottävlingen 2017!
Foto av Gabriella Allansson.

Att plugga Teknisk fysik

Under första terminen på Teknisk fysik läser du fyra stycken 7.5hp-kurser. Alla dessa kurser är på helfart, vilket innebär att varje kurs varar fem veckor. Under dessa veckor kan en vanlig dag se ut på följande sätt:
Dagen börjar oftast med en 90 minuter lång föreläsning med en kvarts rast i mitten. Efter föreläsningen är det inte ovanligt att man känner sig förvirrad och vi brukar därför träffas i vår korridor för att diskutera föreläsningen och räkna uppgifter fram till lunch.
Under lunchen äter vi oftast i *Göte*, vårt egna uppehållsrum. Där finns ett stort antal mikrovågsugnar där vi värmer våra matlådor, men man kan så klart även köpa mat på universitetet.
Efter lunch kan det hända att man har en till föreläsning, eller så sitter vi och räknar vidare. Under första kursen ser dock dagarna lite annorlunda ut, då det är fler schemalagda moment.

Tekniska fysiker rekommenderar:

Fantastisk Grill (utanför biologihuset/KBC)
\+ <u>Mycket</u> mat.
\- Lång väntetid.

The Little Indian (tekniskhuset)
\+ Billigt och orientaliskt.
\- Liten variation av maträtter.

Mitum (Mit-huset)
\+ Varierande maträtter.
\- Mycket folk och trångt.

Generellt sätt avslutas kurserna med ett examinerande prov, men i vissa kurser förekommer även delprov. Om du mot förmodan misslyckas eller inte kan närvaras på provtillfället är det ingen katastrof, då det finns flera omprovstillfällen.

Första terminen på Teknisk fysik

Under ditt första år som teknisk fysiker kommer du att stöta på en hel del matematik. Den matematik du lärt dig under gymnasiet kommer du att vidareutveckla här på Teknisk fysik. Du kommer att få stöta på många bekanta men även nya begrepp. Den största skillnaden från gymnasiematematiken är att du nu också kommer få lära dig att bevisa matematiska teorem.

Kursen *Metoder och verktyg för ingenjörer* kommer till viss del bygga på gymnasiekunskaper, såsom ekvationslösning och trigonometri, men kommer också innehålla - för vissa - nya matematiska begrepp såsom logik och mängdlära. Kursen kommer även ge en inledning till statistik med mätvärdesbehandling och felapproximationer.

Efter den första kursen börjar *Programmeringsteknik med C och Matlab*. Under denna kurs kommer du att lära dig grunderna i C-programmering samt få en kort introduktion till programvaran MATLAB, som används kontinuerligt genom hela utbildningen.

Kurserna *Endimisionell analys 1* och *2* kommer främst att ge en vidarutveckling av derivata och integraler, men även bygga vidare på MATLAB-kunskaperna från *Programmeringsteknik med C och Matlab*.

Allmänna tips

Här nedan följer några tips och råd från oss på Teknisk fysik för hur du kan lyckas så bra som möjligt på programmet.
Ta dina studier seriöst! Behandlar du dina studier som ett jobb och studerar runt 40 timmar i veckan kommer du med all säkerhet klara dina studier på ett elegant sätt. Genom att arbeta effektivt varje vecka kan du också förhindra mycket stress när tentamen närmar sig.

Förstå vad du gör! När du räknar är det viktigt att du försöker förstå vad du gör och varför du gör det, istället för att endast försöka göra så många uppgifter du bara kan. Detta är bra att tänka på för de flesta kurser, men det finns dock undantag.

> “Om du tror att du förstår har du inte förstått något alls.” – Marina F11 om kvantfysik

Kontrollera och analysera dina svar! Till exempel, en enkel sak som att kontrollera en ekvationslösning genom att substituera in ditt svar i ursprungsekvationen för att se om din lösning stämmer. Kontrollera även enheter både under och efter uträkningarna. Du kan till exempel aldrig addera eller subtrahera två parametrar med olika dimensioner, exempelvis hastighet adderat med massa.

Våga använda dig av omgivningen! Har du frågor kan du alltid vända dig till äldrekursare och eventuellt lärare - här på teknisk fysik tar vi hand om varandra, och om du behöver hjälp finns det alltid någon som kan ställa upp.

> “Var inte rädd att be om hjälp! Äldrekursare bits inte.” – Clayton F12

Ta reda på hur du lär dig bäst! Du vet säkert redan hur du lär dig bäst, vare sig det är att sitta och läsa själv eller att lyssna på andra, kan ett bra tips vara att diskutera i grupp. Det är minst lika lärorikt att förklara för andra som det är att lyssna på andra.

Träna! Precis utanför campus ligger nordens största träningsanläggning IKSU. Att träna stärker både dina sociala band och hjälper dig att fokusera bättre under dina studier. Men det gäller inte att bara träna det fysiska, även det mentala måste tränas.

Vad förväntas du kunna?

Inför den första kursen förväntas du från gymnasiet ha grundläggande kunskaper inom matematik. Du förväntas kunna lösa enkla första- och andragradsekvationer, känna till och kunna använda dig av trigonometriska formler samt känna till logaritm- och exponentlagar och kunna derivera enkla funktioner. Nedan finner du en kort sammanfattning av den matematikteori som är relevant. För mera detaljerade beskrivningar kan du förslagsvis vända dig till *Calculus: A Complete Course (8:e upplagan)* av Robert A. Adams och Christopher Essex (denna bok kommer du behöva under 3 senare kurser) samt *Basfärdigheter i algebra* av Fredrik Albertson m.fl. (detta är kursboken för repetitionskursen).

För att kontrollera dina kunskaper finner du även ett självdiagnostiskt test i slutet av detta häfte samt ett online-test med fler frågor (se QR-kod/länk nedan). Om du tycker att testen är svåra är det inget att oroa sig för, det går nämligen en frivillig repetitionskurs före terminstart där du har chansen att träna upp de mattekunskaper som du känner är bristande.
Vi rekommenderar dock att du går på repetitionskursen som en bra uppvärmning till terminstarten.

http://tinyurl.com/TFYtest

Andragradsekvationer

En andragradsekvation är en ekvation på formen

$$x^2 + px + q = 0,$$

där p och q är konstanter. För att lösa en sådan ekvation är det vanligt att använda den välkända pq-formeln

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

Detta ger oss lösningarna x_1 och x_2, till ekvationen.

Exempel

Hitta lösningarna till $3x^2 + 36x = -96$.

Lösning

För att lösa denna ekvationen måste vi först skriva om ekvationen på formen $x^2 + px + q = 0$. Ett första steg kan vara att addera 96 på båda sidorna av ekvationen. Vi får då

$$3x^2 + 36x + 96 = 0.$$

Som nästa steg dividerar vi ekvationen med 3, detta ger

$$x^2 + 12x + 32 = 0.$$

Detta är nu på formen ovan och vi kan anvädna pq-formeln.

Här är alltså $p = 12$ och $q = 32$. Använder vi nu pq-formeln får vi

$$x_{1,2} = -\frac{12}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{12}{2}\right)^2 - 32} = -6 \pm \sqrt{6^2 - 32} = -6 \pm \sqrt{4}.$$

Alltså, $x_1 = -6 + 2 = -4$ och $x_2 = -6 - 2 = -8$.

För att kontrollera om svaret är korrekt kan vi substituera in respektive lösning i ursprungsekvationen och se om ekvationen stämmer. Gör vi detta får vi för $x = x_1 = -4$ att

$$3 \cdot (-4)^2 + 36 \cdot (-4) = -96 \leftrightarrow 48 - 144 = -96.$$

Alltså är vänsterledet lika med högerledet och x_1 är en lösning till ekvationen.
På samma sätt för $x = x_2 = -4$ får vi att

$$3 \cdot (-8)^2 + 36 \cdot (-8) = -96 \leftrightarrow 192 - 288 = -96.$$

Därmed uppgfyller x_2 också ekvationen och som slutsats kan vi säga att $x_1 = -4$ och $x_2 = -8$ är de sökta lösningarna till ursprungsekvationen.

Trigonometri

För en rätvinklig triangel gäller Pythagoras sats

$$a^2 + b^2 = c^2,$$

där a och b är triangelns kateter och c dess hypotenusa.

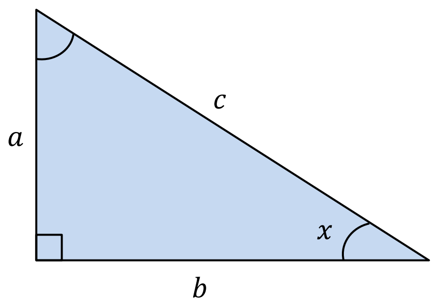
De trigonometriska funktionerna sinus, cosinus och tangens definierade på följande sätt

$$\sin(x) = \frac{\text{motstående}}{\text{hypotenusan}} = \frac{a}{c},$$

$$\cos(x) = \frac{\text{närliggande}}{\text{hypotenusan}} = \frac{b}{c},$$

$$\tan(x) = \frac{\text{motstående}}{\text{närliggande}} = \frac{a}{b} = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}.$$

där a, b, c och x ses i triangeln nedan.



Exempel

För triangeln på förra bladet med sidan $a = 3$ cm och vinkeln $x = 32°$, beräkna längden c.

Lösning

Vi har att $\sin(x) = \frac{a}{c}$. Multiplicerar vi med c på båda sidorna får vi

$$c \cdot \sin(x) = a.$$

Division med $\sin(x)$ ger

$$c = \frac{a}{\sin(x)}.$$

Med de givna värdena för a och x kan vi nu beräkna c. Alltså,

$$c = \frac{3}{\sin(32)} \approx 5.7 \text{ cm}.$$

Trigonometriska satser

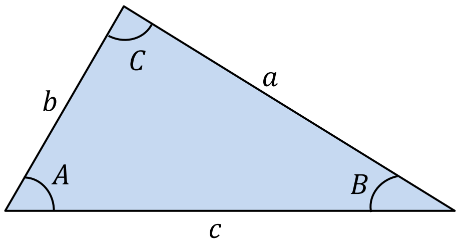
Några användbara trigonometriska satser är:

Trigonometriska ettan: $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$

Cosinussatsen: $c^2 = a^2 b^2 - 2ab \cdot cos(C)$

Sinussatsen: $\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$

Där A, B, C, a, b och c ses i triangeln nedan.



Logaritm- och exponentlagar

För att lösa exponentialekvationer är det viktigt att kunna använda sig av följande logaritm- och exponentlagar.

$$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$$

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

$$(x^a)^b = x^{ab}$$

$$a^{\log_a(x)} = x$$

$$\log_a(x) = \frac{\log_b(x)}{\log_b(a)}$$

$$\log_a(x) + \log_a(y) = \log_a(xy)$$

$$\log_a(x) - \log_a(y) = \log_a(x/y\,)$$

$$\log_a\left(x^b\right) = b \cdot \log_a(x)$$

För fallet då basen är e har vi att

$$\log_e(x) \equiv \ln(x).$$

Det vill säga, $\ln(x)$ är definierad som logaritmen av x med basen e.

Derivata

Derivatans definition

Derivatan av en funktion är en funktion som beskriver förändringshastigheten hos en annan känd funktion.
Derivatan av en känd funktion $f(x)$ i punkten x ges av *derivatans definiton* som lyder

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

Det finns dock snabbare och enklare sätt att derivera en funktion. Här nedan följer några viktiga deriveringsregler.

Potensregeln

Om funktionen är ett polynom av grad $n \neq 0$ kan den enkelt deriveras med hjälp av *potensregeln*. Alltså, om

$$f(x) = x^n$$

säger potensregeln att

$$f'(x) = nx^{n-1}.$$

Derivata av trigonometriska funktioner

Om funktionen är en trigonometrisk funktion som sinus, cosinus och tangens har vi att

$$f(x) = \cos(x) \to f'(x) = -\sin(x)$$

$$f(x) = \sin(x) \to f'(x) = \cos(x)$$

$$f(x) = \tan(x) \to f'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}.$$

Kedjeregeln

För en sammansatt funktion

$$f(x) = g(h(x))$$

gäller att

$$f'(x) = g'\big(h(x)\big)h'(x).$$

Denna regel är känd som *kedjeregeln*. Notera att $g'(h(x))$ är derivatan av g med avseende på $h(x)$ och inte x. Derivatan $h'(x)$ brukar kallas *den inre derivatan*.

Exempel

Derivera funktionen $f(x) = \sin(x^2)$.

Lösning

Vi identifierar $g\big(h(x)\big) = \sin\big(h(x)\big)$ och $h(x) = x^2$.
Alltså, derivering ger

$$g'\big(h(x)\big) = \cos(h(x))$$

och

$$h'(x) = 2x.$$

Med kedjeregeln får vi då att

$$f'(x) = \cos(x^2) \cdot 2x.$$

Derivata av exponentialfunktioner

För att derivera en funktion på exponentialform, det vill säga $f(x) = a^x$, är den allmänna metoden att, med hjälp av logaritm- och exponentlagar, skriva om $f(x)$ till basen e.
Alltså, vi skriver om $f(x)$ som

$$f(x) = e^{\ln(a)\cdot x},$$

eftersom derivatan av $g(x) = e^{kx}$ är välkänd och ges av $g'(x) = ke^{kx}$.

Derivatan av $f(x)$ ges då av

$$f'(x) = \ln(a) \cdot e^{\ln(a)\cdot x} = \ln(a) \cdot a^x.$$

Exempel

Derivera funktionen $f(x) = 10^x$.

Lösning

Vi börjar med att skriva om funktionen $f(x)$ med basen e

$$f(x) = 10^x = e^{\ln(10)\cdot x}.$$

Derivatan av funktionen ges då av

$$f'(x) = \ln(10) \cdot e^{\ln(10)\cdot x} = \ln(10) \cdot 10^x.$$

Derivata av logaritmer

En liknande metod som den för exponentialfunktioner finns för att derivera logaritmer, det vill säga, en funktion på formen

$$f(x) = \log_a(x).$$

Det är då enklast att skriva om $f(x)$ med hjälp av logaritmlagar till

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(a)}.$$

Derivatan av $\ln(x)$ är $1/x$, och derivatan av $f(x)$ kan då räknas ut till

$$f'(x) = \frac{1}{xln(a)}.$$

Exempel

Derivera funktionen $f(x) = \ln(5x)$.

Lösning

Vi använder logaritmlagen $\ln(x) + \ln(y) = \ln(xy)$ som ger att

$$f(x) = \ln(5) + \ln(x).$$

Deriverar vi nu fås det slutligen att

$$f'(x) = 0 + \frac{1}{x} = \frac{1}{x}.$$

Produktregeln

För en funktion på formen

$$f(x) = p(x) \cdot q(x)$$

har vi att derivatan är definierad som

$$f'(x) = p'(x)q(x) + p(x)q'(x).$$

Denna regel är känd som *produktregeln*.

Exempel

Derivera funktionen $f(x) = x^2 \sin(x)$.

Lösning

Här identifierar vi $p(x) = x^2$ och $q(x) = \sin(x)$. Deriverar vi dessa får vi

$$p'(x) = 2x$$

och

$$q'(x) = \cos(x).$$

Produktregeln ger då slutligen att

$$f'(x) = 2xsin(x) + x^2 \cos(x).$$

Självtest

Uppgift 1.

Vilket eller vilka värden av x löser ekvationen

$$x^2 - 2x = 0?$$

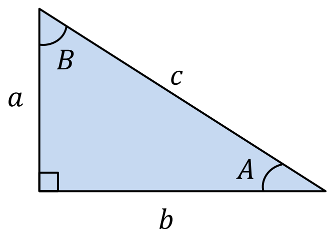
Uppgift 2.

En andragradsekvation är given som

$$x^2 - 12x + 11 = 0.$$

Vilket eller vilka värden av x löser denna ekvation?

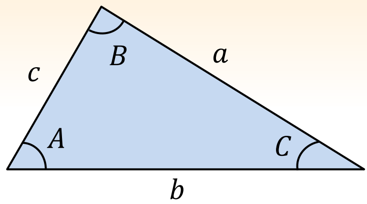
Uppgift 3.



Följande uppgifter refererar till figuren ovan.

a) Hitta längden c, då $A = 30°$ och $b = 5{,}0$ cm.
b) Hitta längden c, då $B = 50°$ och $b = 3{,}5$ cm.
c) Hitta vinkeln A då $a = 12$ m och $b = 17$ m.

Uppgift 4.



För triangeln ovan är $A = 40°$, $B = 110°$ och sidan $a = 12$ cm. Hur lång är sidan b?

Uppgift 5.

En funktion $f(x) = 3{,}5^x$ är given. Hitta x då $f(x) = 43$.

Uppgift 6.

En funktion $f(x) = \log_{2,7}(3x)$ är given. Hitta x då $f(x) = 3{,}4$.

Uppgift 7.

Vad är förstaderivatan av följande funktioner?

a) $f_1(x) = 3x^4 + 2x^2 + 1$

b) $f_2(x) = -\cos(x)$

c) $f_3(x) = \log_2(x)$

d) $f_4(x) = e^{3x^2}$

Uppgift 8.

Derivera funktionen $f(x) = x^2\sin(2x)$.

Svar & lösningsförslag

Uppgift 1.

Svar:

$x_1 = 0, x_2 = 2$

Lösningsförslag:

$x = 0$ är uppenbarligen en lösning till $x^2 - 2x = 0$.
För den andra lösningen börjar vi med att bryta ut x från vänstersidan. Detta ger

$$x(x-2) = 0.$$

Vi ser som förr att $x = 0$ är en lösning men även då termen i parentesen är noll, alltså då

$$x = 2.$$

Kontroll av lösning:

$x = x_1 = 0$: $\quad 0^2 - 2 \cdot 0 = 0$ ✓

$x = x_2 = 2$: $\quad 2^2 - 2 \cdot 2 = 0$ ✓

Alltså stämmer lösningarna.

Uppgift 2.

Svar:

$x_1 = 11, x_2 = 1$

Lösningsförslag:

Givet $x^2 - 12x + 11 = 0$ identifierar vi $p = -12$ och $q = 11$ och använder q-formeln

$$x_{1,2} = 6 \pm \sqrt{6^2 - 11} = 6 \pm \sqrt{25} = 6 \pm 5.$$

Alltså har vi att $x_1 = 11$ och $x_2 = 1$ är lösningarna till ekvationen.

Kontroll av lösning:

$x = x_1 = 11$: $11^2 - 12 \cdot 11 + 11 = 0$ ✓

$x = x_2 = 1$: $1^2 - 12 \cdot 1 + 11 = 0$ ✓

Alltså stämmer lösningarna.

Uppgift 3.

Svar:

a) $c = \frac{10}{\sqrt{3}} \approx 5{,}8$ cm

b) $c \approx 4{,}6$ cm

c) $A \approx 35°$

Lösningsförslag:

a)

Vi har att $\cos(A) = \frac{b}{c}$. Multiplikation med c på båda leden och division med $\cos(A)$ ger

$$c = \frac{b}{\cos(A)} = \frac{5}{\cos(30)} = \frac{10}{\sqrt{3}} \approx 5{,}8 \text{ cm}.$$

där vi använder att $\cos(30) = \frac{2}{\sqrt{3}}$ i sista steget.

b)

Vi har att $\sin(B) = \frac{b}{c}$. Multiplikation med c på båda leden och division med $\sin(B)$ ger

$$c = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{3{,}5}{\sin(50)} \approx 4{,}6 \text{ cm}$$

c)

Vi har att $\tan(A) = \frac{a}{b}$. Alltså,

$$A = \arctan\left(\frac{a}{b}\right) = \arctan\left(\frac{12}{17}\right) \approx 35°.$$

Uppgift 4.

Svar:

$b \approx 18$ cm.

Lösningsförslag:

Sinussatsen säger att $\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(b)}$. Löser vi för b får vi att

$$b = \frac{\text{a} \cdot \sin(B)}{\sin(A)} = \frac{12\sin(110)}{\sin(40)} \approx 18 \text{ cm}.$$

Uppgift 5.

Svar:
$x \approx 3{,}0$

Lösningsförslag:
Givet att $43 = 3{,}5^x$ börjar vi med att logaritmera båda sidorna vilket ger

$$\log(3{,}5^x) = \log(43).$$

Logaritmlagen $\log_a(x^b) = b \cdot \log_a(x)$ ger då att

$$x \log(3{,}5) = \log(43).$$

Löser vi nu för x får vi att

$$x = \frac{\log(43)}{\log(3{,}5)} \approx 3{,}0.$$

Kontroll av lösning:
$3{,}5^x = 3{,}5^3 \approx 43$ ✓

Uppgift 6.

Svar:
$x \approx 9{,}8$

Lösningsförslag:
Givet att $3{,}4 = \log_{2{,}7}(3x)$ skriver vi om ekvationen till potenser med basen 2,7. Detta ger

$$2{,}7^{\log_{2{,}7}(3x)} = 2{,}7^{3{,}4}.$$

Logaritmlagen $a^{\log_a(x)} = x$ ger då att

$$3x = 2{,}7^{3{,}4}.$$

Löser vi nu för x får vi att

$$x = \frac{2{,}7^{3{,}4}}{3} \approx 9{,}8.$$

Kontroll av lösning:
$\log_{2{,}7}(3x) = \log_{2{,}7}(3 \cdot 9{,}8) \approx 3{,}4$

Uppgift 7.

Svar:

a) $f_1'(x) = 12x^2 + 4x$

b) $f_2'(x) = \sin(x)$

c) $f_3'(x) = \frac{1}{x ln(2)}$

d) $f_4'(x) = 6xe^{3x^2}$

Lösningsförslag:

a)
För att derivera $f_1(x) = 3x^4 + 2x^2 + 1$ använder vi potensregeln vilket ger att

$$f_1'(x) = 3 \cdot 4x^{4-1} + 2 \cdot 2x^{2-1} + 0 = 12x^3 + 4x.$$

b)
Vi vet att derivatan av $\cos(x)$ är $-\sin(x)$. Alltså får vi att derivatan av $f_2(x) = -\cos(x)$ är

$$f_2'(x) = -(-\sin(x)) = \sin(x).$$

c)
För funktionen $f_3(x) = \log_2(x)$ byter vi först bas från 2 till e med hjälp av logaritm- och exponentlagarna. Detta ger

$$f_3(x) = \log_2(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(2)}.$$

Eftersom derivatan av $\ln(x)$ är $1/x$ får vi att

$$f_3'(x) = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\ln(2)} = \frac{1}{x\ln(2)}.$$

d)
Givet $f_4(x) = e^{3x^2}$ identifierar vi $g\big(h(x)\big) = e^{h(x)}$ och $h(x) = 3x^2$ och använder kedjeregeln.
Derivering av g och h ger

$$g'\big(h(x)\big) = e^{h(x)}$$

och

$$h'(x) = 6x$$

där $h'(x)$ är enligt potensregeln. Vi får därmed att

$$f_4'(x) = 6xe^{3x^2}.$$

Uppgift 8.

Svar:
$f'(x) = 2x^2\cos(2x) + 2x\sin(2x)$

Lösningsförslag:

Eftersom $f(x)$ är en produkt av två funktioner, det vill säga, $f(x) = p(x) \cdot q(x)$, använder vi oss av produktregeln för att derivera $f(x)$.

Vi identifierar $p(x) = x^2$ och $q(x) = \sin(2x)$. Derivatan av $p(x)$ är

$$p'(x) = 2x.$$

Då $q(x)$ är en sammansatt funktion får vi att derivatan är

$$q'(x) = 2\cos(2x).$$

Med produktregeln får vi nu slutligen att

$$f'(x) = x^2 \cdot 2\cos(2x) + \sin(2x) \cdot 2x.$$